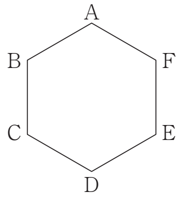
# 第29講　確率（図形）

## Step 1

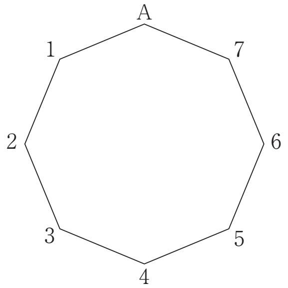
[1]　図のように，正六角形 ABCDEF がある。また，B，C，D，E，F の文字が書かれたカードがそれぞれ 1 枚ずつある。

この 5 枚のカードをよくきって，同時に 2 枚を取り出すとき，2 枚のカードに書かれた文字が表す 2 つの頂点と頂点 A の 3 点を結んだ三角形が，直角三角形となる確率を求めなさい。



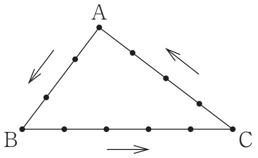

【愛知県】

[2]　右の図のような正八角形があり，1 つの頂点には A が，他の 7 つの頂点には，1 から 7 までの番号がふられている。1 から 7 までの数字が 1 つずつ書かれた 7 枚のカード[1]，[2]，[3]，[4]，[5]，[6]，[7] から 2 枚のカードを取り出し，カードに書かれた数字と同じ番号の 2 点と，点 A の 3 点を結んで，これらの 3 点を頂点とする三角形をつくる。このとき，その三角形が直角三角形となる確率を求めよ。ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。




【愛媛県】

[3]　AB ＝ 3 cm，BC ＝ 5 cm，CA ＝ 4 cm の△ABC がある。右の図のように，△ABC の周上に，頂点から 1 cm の間隔で 12 個の点をとる。2 つのさいころを同時に 1 回投げて出た目の数の和が $a$ のとき，△ABC の周上にとった 12 個の点のうち，頂点 A から左回りに $a$ 番目の位置にある点を P とする。例えば，$a$ が 8 のとき，点 P は頂点 C と一致する。




2 つのさいころを同時に 1 回投げて，点 A，B，P を結んで直角三角形ができる確率を求めよ。

【奈良県】

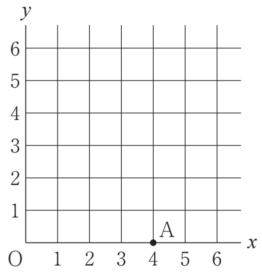
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

## Step　2

4　原点をOとする座標平面上に，点A (4，0)がある。

1から6までの目が出る大小2つのさいころを同時に投げるとき，大，小のさいころの出た目の数を，それぞれ$x$座標，$y$座標の値として，点B ($x$，$y$)を座標平面上にかき入れる。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。




(1)　∠OABが直角になる場合は，全部で何通りありますか。

(2)　△OABが鈍角三角形になる確率を求めなさい。

ただし，大小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

【宮崎県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

5　次の図１のように，円Oの周上に，円周を12等分する点A，B，C，D，E，F，G，H，I，J，K，Lがある。

また，図２のように，２つの袋$p$，$q$があり，袋$p$の中にはB，C，Dの文字が１つずつ書かれた同じ大きさの３枚のカードが入っており，袋$q$の中にはF，G，H，I，J，K，Lの文字が１つずつ書かれた同じ大きさの７枚のカードが入っている。

袋$p$の中からカードを１枚取り出し，そのカードに書かれた文字と同じ文字の図１の点の位置に点Pをとり，袋$q$の中からカードを１枚取り出し，そのカードに書かれた文字と同じ文字の図１の点の位置に点Qをとる。

いま，２つの袋$p$，$q$の中からカードをそれぞれ１枚ずつ取り出すとき，あとの問いに答えなさい。ただし，それぞれの袋の中から，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図１

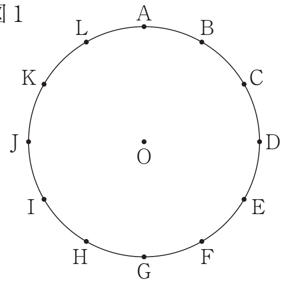
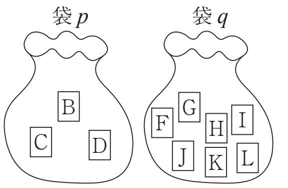



図２




(ア)　線分PQが円Oの中心を通る確率を求めなさい。

(イ)　∠APQの大きさが60°以上となる確率を求めなさい。

(ウ)　三角形APQが二等辺三角形となる確率を求めなさい。

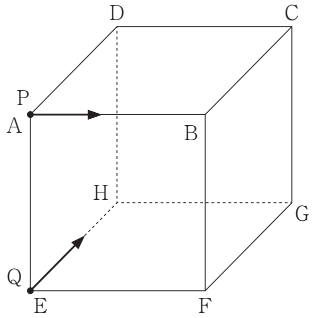
【神奈川県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step 3

6 右の図のように，点 A，B，C，D，E，F，G，H を頂点とする立方体があり，この頂点上を移動する 2 点 P，Q がある。

大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げる。点 P は，点 A を出発点として，大きいさいころの出た目の数だけ，→B→C→D→A→B→C の順に移動し，点 Q は，点 E を出発点として，小さいさいころの出た目の数だけ，→H→G→F→E→H→G の順に移動する。



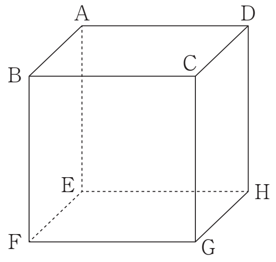

このとき，直線 PQ と直線 CG が，ねじれの位置にある確率を求めなさい。

ただし，さいころを投げるとき，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

【千葉県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

7　図のような立方体があり，点Pはこの立方体の辺上を次の規則にしたがって移動する。




〈規則〉

1　最初，点Pは頂点Aにある。

2　1秒後には，点Pは隣り合う頂点のいずれかに移動して止まる。このとき，移動後の頂点は3通りあり，どの場合が起こることも同様に確からしい。

3　1秒ごとに2を繰り返す。

例えば，点Pが1秒後に頂点Bに止まると，その1秒後には頂点A，C，Fのいずれかに止まる。その経路はそれぞれA→B→A，A→B→C，A→B→Fである。

次の問いに答えなさい。

(1)　2秒後に点Pが頂点Aに止まる確率を求めなさい。

(2)　3秒後に点Pが頂点Gに止まる確率を求めなさい。

(3)　点Pが3秒後まで移動するとき，1秒後，2秒後，3秒後に止まる頂点をそれぞれ直線で結んで図形をつくる。このとき，できる図形が三角形になる確率を求めなさい。

(4)　点Pが4秒後まで移動するとき，1秒後，2秒後，3秒後，4秒後に止まる頂点をそれぞれ直線で結んで図形をつくる。このとき，できる図形が立体になる確率を求めなさい。

【兵庫県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

# 第 29 講　確率（図形）

## Step 1

1　$\frac{3}{5}$

≪解説≫

正六角形 ABCDEF に外接する円を描くと，AD，BE，CF は，円の直径となる。半円の弧に対する円周角は 90° だから，この 3 つの線分のいずれかを斜辺とする三角形は直角三角形となる。よって，点 A を頂点に含む直角三角形の頂点の組は，(A，B，D)，(A，C，D)，(A，B，E)，(A，C，F)，(A，D，E)，(A，D，F)の 6 通り。2 枚のカードの取り出し方は，(B，C)，(B，D)，(B，E)，(B，F)，(C，D)，(C，E)，(C，F)，(D，E)，(D，F)，(E，F)の 10 通りだから，求める確率は，$\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

2　$\frac{3}{7}$

≪解説≫

カードのひき方は，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(1，5)，(1，6)，(1，7)，(2，3)，(2，4)，(2，5)，(2，6)，(2，7)，(3，4)，(3，5)，(3，6)，(3，7)，(4，5)，(4，6)，(4，7)，(5，6)，(5，7)，(6，7)の 21 通り。正八角形の 8 つの頂点を通る円を考えると，直角三角形ができるのは 3 点のうちの 2 点が円の直径の両端にあるとき。よって，(1，4)，(1，5)，(2，4)，(2，6)，(3，4)，(3，7)，(4，5)，(4，6)，(4，7)の 9 通り。したがって，求める確率は，$\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$

3　$\frac{7}{18}$

≪解説≫

△ABC は，$AB^2+AC^2=BC^2$ が成り立つので，∠A = 90° の直角三角形。2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき，出た目の数の場合の数は，6 × 6 = 36（通り）　そのうち，点 A，B，P を結んで直角三角形ができる場合は，$a$ = 8，9，10，11 のときで，そのような目の出方は，2 つのさいころの出た目の数をそれぞれア，イとすると，(ア，イ) = (2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2)，(3，6)，(4，5)，(5，4)，(6，3)，(4，6)，(5，5)，(6，4)，(5，6)，(6，5)の 14 通り。よって，求める確率は，$\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

## Step　2

4　(1) 6（通り）　(2) $\dfrac{5}{12}$

≪解説≫

(1) 点Bが，(4，1)，(4，2)，(4，3)，(4，4)，(4，5)，(4，6)の位置にあるときだから，6通り。

(2) 大小2つのさいころの目の出方は全部で，$6 \times 6 = 36$（通り）だから，点Bも36通りとれる。そのうち，∠AOBが鈍角になるような点Bはない。∠OBAが鈍角になるのは，中心が点(2，0)，半径が2の半円の内部に点Bがあるときだから，点Bは，(1，1)，(2，1)，(3，1)の3通り。∠OABが鈍角になるのは，点Bの$x$座標が5または6のときで，そのような点Bは，$6 \times 2 = 12$（通り）　合わせて，$3 + 12 = 15$（通り）あるから，求める確率は，$\dfrac{15}{36} = \dfrac{5}{12}$

5　(ア) $\dfrac{1}{7}$　(イ) $\dfrac{4}{7}$　(ウ) $\dfrac{5}{21}$

≪解説≫

(ア) カードの取り出し方は，袋$p$からが3通り，袋$q$からが7通りなので，$3 \times 7 = 21$（通り）　このうち，線分PQが円Oの中心を通るのは，（点Pの位置，点Qの位置）=(B，H)，(C，I)，(D，J)の3通りなので，求める確率は，$\dfrac{3}{21} = \dfrac{1}{7}$

(イ) B，C，Dをふくまないほうの$\overparen{\mathrm{AQ}}$に対する中心角と円周角の関係より，円周角である∠APQの大きさが60°以上になるのは，中心角である∠AOQが120°以上になる場合。このような点Qの位置は，F，G，H，Iの4通りで，そのそれぞれで点Pの位置は3通り考えられるので，$4 \times 3 = 12$（通り）　よって，求める確率は，$\dfrac{12}{21} = \dfrac{4}{7}$

(ウ)（点Pの位置，点Qの位置）=(B，L)，(C，H)，(C，K)，(D，G)，(D，J)の5通りだから，求める確率は，$\dfrac{5}{21}$。

## Step　3

6　$\dfrac{11}{36}$

≪解説≫

大小2つのさいころの目の出方は，$6 \times 6 = 36$（通り）　直線PQが直線CGとねじれの位置にあるのは，点PがAにあるとき，点QはF，Hにある場合で，（大，小）=(4，3)，(4，1)，(4，5)の3通り。点PがBにあるとき，点QはE，Hにある場合で，（大，小）=

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

(1, 4), (1, 1), (1, 5), (5, 4), (5, 1), (5, 5)の6通り。点PがCにあるとき，ねじれの位置にはならない。点PがDにあるとき，点QはE，Fにある場合で，(大，小)＝(3, 4), (3, 3)の2通り。よって，全部で，$3+6+2=11$(通り)なので，求める確率は，$\frac{11}{36}$。

7 (1) $\frac{1}{3}$　(2) $\frac{2}{9}$　(3) $\frac{2}{3}$　(4) $\frac{2}{9}$

≪解説≫

(1) 2秒後までの移動の仕方は，$3\times3=9$(通り)あり，そのうち，点Pが頂点Aに止まるのは，A→B→A，A→D→A，A→E→Aの3通り。よって，求める確率は，$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

(2) 3秒後までの移動の仕方は，$3\times3\times3=27$(通り)あり，そのうち，点Pが頂点Gに止まるのは，A→B→C→G，A→B→F→G，A→D→C→G，A→D→H→G，A→E→F→G，A→E→H→Gの6通り。よって，求める確率は，$\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$

(3) 1秒後と3秒後に止まる頂点が同じであれば三角形にならず，このような場合は，A→B→A→B，A→B→C→B，A→B→F→B，A→D→A→D，A→D→C→D，A→D→H→D，A→E→A→E，A→E→F→E，A→E→H→Eの9通り。よって，三角形になる場合は，$27-9=18$(通り)なので，求める確率は，$\frac{18}{27}=\frac{2}{3}$

(4) 4秒後までの移動の仕方は，$3\times3\times3\times3=81$(通り)　このうち，点Pが3秒後まで移動して三角形ができる場合で，4秒後に止まる頂点がその三角形と同じ面にないときに立体になる。3秒後までの移動でできた三角形から，4秒後に別の面に移動する方法はそれぞれ1通りずつなので，立体になる場合は18通り。よって，求める確率は，$\frac{18}{81}=\frac{2}{9}$


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。